**LIÊN HỆ GIỮA CUNG VÀ DÂY**

**A. Lý thuyết**

1. Định lí 1

Với hai cung nhỏ trong một đường tròn hay hai đường tròn bằng nhau, ta có:

a) Hai cung bằng nhau căng hai dây bằng nhau

b) Hai dây bằng nhau căng hai cung bằng nhau

Hay: 

2. Định lí 2

Với hai cung nhỏ trong một đường tròn hay hai đường tròn bằng nhau, ta có:

a) Cung lớn hơn căng dây lớn hơn

b) Dây lớn hơn căng cung lớn hơn

Hay: 

3. Bổ sung

a) Trong một đường tròn, hai cung bị chắn giữa hai dây song song thì bằng nhau

Ta có: 

b) Trong một đường tròn, đường kính đi qua điểm chính giữa của một cung thì đi qua trung điểm của dây căng cung ấy.

+) Trong một đường tròn, đường kính đi qua trung điểm của một dây (không đi qua tâm) thì đi qua điểm chính giữa của cung bị căng bởi dây ấy

c) Trong một đường tròn, đường kính đi qua điểm chính giữa của một cung thì vuông góc với dây căng cung ấy và ngược lại.

**B. Bài tập**

**Bài 1:** Cho đường tròn (O) đường kính AB và đường tròn (O’) đường kính AO. Các điểm C, D thuộc đường tròn (O) sao cho  và  Các dây AC và AD cắt đường tròn (O’) theo thứ tự tại E và F. Hãy so sánh:

a) Độ dài các đoạn thẳng OE và OF

b) Số đo các cung  và  của đường tròn (O’)

**Lời giải**

a) Ta có: 

Xét  có 

 là trung điểm của 

Tương tự: 

Mà 

b) Xét tam giác vuông OEA, AFO ta có:  và 

 sđ sđ.

**Bài 2:** Cho nửa đường tròn (O), đường kính AB và C là điểm chính giữa của nửa đường tròn. Trên các cung CA và CB lần lượt lấy các điểm M và N sao cho  Chứng minh:

a) 

b) 

**Lời giải**

a) Ta có C là điểm chính giữa nửa đường tròn 

mà 

b) Chứng minh được 

**Bài 3:** Cho đường tròn (O) đường kính AB. Trên nửa đường tròn lấy hai điểm C và D. Kẻ CH vuông góc với AB tại H, CH cắt (O) tại điểm thứ hai E. Kẻ AK vuông góc với CD tại K, AK cắt (O) tại điểm thứ hai F. Chứng minh:

a) Hai cung nhỏ  và  bằng nhau

b) Hai cung nhỏ  và  bằng nhau

c) 

**Lời giải**

a) Ta có:  đpcm

b) Từ giả thiết ta có AB là đường trung trực của CE 

c) Sử dụng mối liên hệ giữa cung và dây, ta có: 

**Bài 4:** Cho hai đường tròn bằng nhau (O) và (O’) cắt nhau tại hai điểm A và B. Vẽ các đường kính AOE, AOF và BOC. Đường thẳng AF cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là D. Chứng minh rằng các cung nhỏ AB, CD, CE bằng nhau

**Lời giải**

+) Dây AB là dây chung của hai đường tròn nên AB căng hai cung nhỏ bằng nhau 

Lại có: 

+) Chứng minh được:

 thẳng hàng

+)  là đường trung bình của 

(Hai cung bị chắn giữa hai dây song song). Từ (1)(2)(3) .

**Bài 5:** Cho nửa đường tròn (O), đường kính AE. Gọi B, C, D là ba điểm trên nửa đường tròn, biết 

a. Chứng minh rằng: AB = BC = CD

b. AC = BD

c. Chứng minh cung AD và BC có chung điểm chính giữa

****d. Tứ giác ABCD là hình gì? Vì sao

**Lời giải**

a) 

c) Gọi M là điểm chính giữa cả cung BC 

Có: 

d. Vì M là điểm chính giữa cung AD và BC 

ABCD là hình thâng cân.

**Bài 6:** Cho đường tròn O, trên nửa đường tròn đường kính AB lấy hai điểm C và D. Kẻ  nó cắt đường tròn tại E. Kẻ  nó cắt đường tròn tại F. Chứng minh rằng

a.  b. 

**Lời giải**

****a. Ta có:  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)



Xét đường tròn (O) có BF // CD  (chắn bởi hai dây song song)

b. Ta có:  là điểm chính giữa 

 sđ = sđ

mà  sđ sđ sđ + sđ = sđ + sđ

sđsđ .

**Bài 7:** Cho đường tròn (O) đường kính AB. Qua trung điểm I của bán kính OB kẻ dây . Kẻ dây CE song song với AB. CMR:

a. AE = BC = BD b. E, O, D thẳng hàng c. ADBE là hình chữ nhật

**Lời giải**

a. AB là trung trực của CD 

+) 

b)  cân tại O, OI là đường cao nên là đường phân giác COD

thẳng hàng (đpcm)

c. Hình bình hành có hai đường chéo bằng nhau nên là hình chữ nhật.

**Bài 8:** Trên dây cung AB của đường tròn (O), lấy hai điểm C và D chia dây này thành 3 đoạn bằng nhau AC = CD = DB. Các bán kính qua C và D cắt cung nhỏ AB lần lượt tại E và F. CMR:

a.  b. 

**Lời giải**

a.  cân tại O 

+) 

b.  cân tại O    
Xét có: 

Xét  có: sđ sđ

**Bài 9:** Cho đường tròn (O) đường kính AB kẻ các dây BC và BD sao cho  (C và D không cùng thuộc nửa mặt phẳng). Đường tròn (O’;  ) cắt AC và AD tại E và F

a. So sánh OE, OF

b. So sánh  của (O’)

**Lời giải**

a. Tam giác AOE vuông tại E 

mà  cân tại O nên OE là đường trung trực 

+)  là đường trung bình 

b. Cách 1:    
hoặc: 

+)  và  có: AB là cạnh chung, CB < DB nên AC > AD (2)

Từ (1)(2) suy ra điều cần chứng minh.